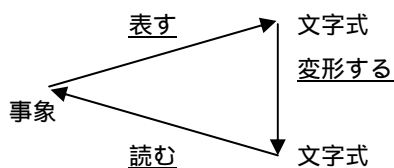


## 高校における文字式の使用に関する研究 - 高校生の文字式の使用の図式における活動に関する調査から -

金沢大学大学院教育学研究科  
数学教育専攻 垣地 正樹

### 1 問題の所在と研究の目的

文字式は簡潔に表すことや一般を表すことができる。また式を操作して新しい関係を導き出すことも可能であり、誰もがその有効性を認めているところである。特に後者が文字式が思考を進める手段として有効であるといわれるところである。文字式の学習は中学校1年からスタートし、高校数学における文字式はあらゆる分野で使用され、文字式を使用せずに高校数学の内容を展開することは不可能であるといえる。中学卒業段階における中学生の文字式の理解が文盲に近い状態であるという報告はあるが、高校生の実態に踏み込んだ調査報告はほとんどない。そこで、本研究では三輪(1996)の文字式の使用の図式に焦点を当て、3つの過程における生徒の思考過程を考察し、高校生の文字式に対する理解の現状を把握することを目的とした。具体的には高校独自の文字式の表し方、文字のもつ意味や式の意味の理解、パターンが発見と式の拡張についての生徒の反応を考察することである。さらに文字式の使用が適切かつ有効な場面を高校生に与えて、文字式の使用の図式を活用することや、文字を使用して考えることがどの程度身につけているのかを考察し、各過程においてみられた生徒の反応を特徴づけることを目的とした。



3つの過程を一巡二巡することで新しい発見や洞察を得ることが期待できる。方程式・関数・

証明などで活用できる。

### 2 研究の方法

三輪の文字式の使用の図式における3つの過程の特徴をまとめ、おもに高校数学で見られる文字式を読む活動と文字のもつ意味に焦点を当てて考察した。そのなかで、島田の数学的活動の模式図と三輪の文字式の使用の図式を比較し、高校数学においては文字式を読む活動がおろそかになっている嫌いがあると予想した。一方で、文字式がどのような経緯をへて代数における一般的推論を可能にしたのかについて、記号法の歴史の側から考察した。そのなかでは、「記号法」の今日的な使用の歴史は実に浅く、17世紀のデカルト・ライブニッツにより現在の文字式のシステムがほぼ完成し、特に代数学や解析学での目覚ましい発展につながったことがわかった。次に三輪の文字式の使用の図式における3つの過程に該当する問題に対する生徒の理解の現状を把握するために、第1回目の調査を実施した。調査問題としては、旧課程の1年生で学習する数学A分野に該当する問題(教科書や教科書傍用問題集)のなかから高校独自の扱いを必要とする問題を取り出し、おもに文字式のもつ文字の意味や式の意味の理解について考察することにした。採用した問題のレベルを考えて、上級学校への進学率の高い、普通高校の理科系の生徒を対象に調査を実施することにした。さらに、文字式の使用が適切かつ有効な場面においての高校生の文字式に関するかかわりを、三輪の文字式の使用の図式に照らして考察するために、第2回目の調査を実施した。調査問題として、三輪(1996)の文字式の指導序説やArcavi(1994)のSymbol Senseで取り上げられている問題を参考に

採択した。また文字式の威力が発揮されるような場面と、記号よりも他の表現で問題を捉えた方がより問題の解決が進む場面とを用意した。そして、生徒が示した反応の特徴を分析する観点として、Kinzel(2000)が示した分析方法を参考にした。また、調査に取り組む生徒にインタビューを実施したり、生徒の様子や会話をVTRに収録したり、調査終了後に生徒に感想を求めることにした。これらを分析する上での参考とした。調査の対象は第1回目の調査対象校のなかから抽出した3名の生徒とした。

### 3 調査結果についての考察

#### (1)文字式の理解に関する調査から

高校数学で初めて経験する表現活動が定着しているとはいえない。高校で登場する文字式を正確に表現する力の育成には、複素数や実数の性質についてや数学独自の表現活動の正しい理解が必要である。

多項式や文字のもつ意味について考える機会が少ないと考えられる。整数と比較対照しながら類比的に多項式を指導することや場面に応じた文字のもつ意味と役割について適切にアドバイスする必要がある。

式の構造を分析しパターンを発見したり、拡張・一般化することは文字式使用の格好の例であるといえるが、その指導が抜け落ちていていると考えられる。授業のなかでもっと積極的に取り入れるべきである。

#### (2)文字式の使用に関する調査から

次は生徒の文字式使用に関する特徴である。

積極的な文字式の使用が見られなかった。文字式をいつどのようにして使ったらいいかわからない。(生徒の感想から)

特述命題から一般命題へ戻す段階での文字式を読む活動で困難を示した。(  $4n(n+1)$  )が8の倍数であることが正しく読めない)

使用した文字の意味の解釈が曖昧であった。

文字使用の原則に反し、異なる数量を同じ文字で表した。

文字式で表す場面と変形する場面でMatz, M. が

指摘する数に関する誤り(線形性)が認められた。

問題によって解法のアプローチを選択するといった柔軟性に欠けた。

これらの特徴から、生徒は文字式の有効性を認識しているとはいえない実状が明らかになった。文字式使用に向けての意識を高めるために、授業の改善策を提言した。

#### 【提言】

文字式の使用が適切かつ有効な場面においては、文字式の使用の図式を活用し、3つの過程を1つのサイクルとして全体を捉え、見通しをもって各過程における活動を進めていくことが必要である。その際3つの過程が互いに密接に関わっていることを意識しながら活動を進めていくことが重要である。すなわち、文字式の使用においては、表す活動が読む活動を豊かにし、逆に読む活動を通じてどのような表し方が最適であるかを判断する力を育成することにつながる。また、表す活動ができればいつも変形する活動ができるわけではないが、表し方次第で見通しが明らかになり変形が進むことがある。

高校の数学においての文字式の扱いは、式の計算や証明といった場面だけに限られて用いられているわけではなく、あらゆる場面で使われており、その場面ごとに文字の意味や文字式の使い方を取り上げて指導することには限界がある。しかし文字式を読む過程をもっと積極的に取り入れるべきであり、そのことが文字式の使用への意識とその有効性の認識を高めることにつながると考える。文字式の使用に関する調査問題の一部

$-1 < a < 1, -1 < b < 1$  ならば  $ab + 1 > a + b$   
を発展させるとどのような不等式が成り立つか。  
 $-1 < a < 1, -1 < b < 1, -1 < c < 1$   
ならば【                      】

文字式の使用に関する調査問題の一部

奇数の平方から1を引いた数はどんな数になるか答えよ。  
異なる3点  $(0,0), (a,b), (-a,b)$  を通る  
円の中心の座標を求めよ。

