

## 研究主題 算数の授業における数学的な考え方を高める談話の在り方

**要約:** 本研究は、算数の授業における数学的な考え方の向上に談話が果たす役割に着目し、児童を育成するための談話の在り方を捉えることを目指した。そのため、本研究の目的は「算数の授業において、児童の数学的な考え方を向上させるための、談話の条件と手立てを明らかにすること」であった。この目的に接近するため、まず「数学的な考え方」と「談話」の関わりを明確にすることを課題とした。「数学的な考え方」については、中島健三(1981)「算数・数学にふさわしい創造的な活動を自主的に行う力」、片桐重男(1988)「数学の内容に関係した数学的な考え方、数学の方法に関係した数学的な考え方」とした。「談話」については、教室談話と個人談話の二面から着目し、教室談話は、Fuson, Kalchman & Bransford の示す教室談話レベル、個人談話は、Lampert & Blunk (1998) の示す必要条件とした。本研究では、数学的な考え方を高める談話において、個人談話レベル「知る」「使う」「いかす」の3つの段階を設定し、それらを重視した授業を各単元の中でスパイラル的に配列し、学習を進めることで、教室談話レベルが向上するという立場をとった。それをもとに、小学校5年生を対象に「分数と小数、整数の関係」「単位量あたりの大きさ」の授業を筆者が実践し、授業データをもとに談話の高まりを分析した結果、以下の知見を得た。

- ・ 談話によって数学的な考え方を高めるには、児童が数学的に考えるとは、どのようなものであるかを理解し、その表現法を身につけることが必要である。
- ・ 児童が数学独自の表現法を身につけるための手立てとして、数学的考え方を、「知る」、「使う」、「いかす」という3つの側面で授業を長期的に展開する。その際、複数の単元にわたり、個人談話から集団談話へと談話の単位を漸次変更していく。

**キーワード:** 数学的な考え方、教室談話、個人談話

### I はじめに

#### (1) 問題の所在

平成20年1月に中央教育審議会が示した「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について(答申)」では、学習指導要領の改訂にあたり、「7. 教育内容に関する主な改善事項」の中で、「各教科等における言語活動の充実は、今回の学習指導要領の改訂において各教科等を貫く重要な改善の視点である。」を提言している。ここでは、「学習活動の基盤となるものは、数式などを含む広い意味での言語」であるとも述べられている。算数科においては、同年8月に告示された小学校学習指導要領解説算数編に、算数科改訂の基本方針として「算数の学習では、日常の言語をはじめ、数、式、図、表、グラフなど様々な表現の手段がある。そうした方法を用いて考えたり、自分の考えを説明・表現したりする学習活動を充実させることが大切である。」と明記されている。さらに、目標の解説には、「考える能力と表現する能力とは互いに補完しあう関係にあるといえる。」とも明記されている。以上のことから、今日の算数授業において、自ら考えたことを適切に表現し、様々な考えを出し合い、友達同士互いに学び合っていくことが大切であることがうかがえる。また、そのような学習活動を行うことで数学的な考え方が向上するであろうと考え

られていることも読み取れる。

そこで、言語活動の形態の一つである「談話」に着目する。教室における「談話」とは、『「教室」という教育実践の場において現実に使用されている文脈化された話し言葉による相互作用(藤江, 2006)』とする。談話とは、子ども同士、または教師と児童の双方向の関わりであることから、学習指導要領の目指す「学び合う」理念と一致している。ゆえに、研究主題「算数の授業における数学的な考え方を高める談話の在り方」は、言語活動の充実という算数教育の今日的課題として位置づけられ、算数授業において、談話と数学的な考え方の関わりについて検討することは必要であると考えられる。

#### (2) 研究の目的と方法

本研究は、算数の授業において児童の数学的な考え方の向上に談話が果たす役割について検討し、談話の在り方(考え方が言葉を通して語られる条件、展開の工夫、いかにして数学的な考え方を話題にするかなど)について明らかにする。よって、本研究の目的は、「算数の授業において、児童の数学的な考え方を向上させるための、談話の条件と手立てを明らかにすること」とする。

本研究の目的に接近するために、以下の方法をとった。まず、「談話によって高められる数学的な考え方」

を捉え直した。次に、「数学的な考え方を高める談話」の必要条件を仮定し、それを受けて、指導計画を立て、実践、分析を行った。

## II 理論的検討

### (1) 談話によって高められる数学的な考え方の検討

「数学的な考え方」の先行研究を概観し、「談話によって高められる数学的な考え方」を筆者なりに捉え直した。

中島健三(1981)は、数学の創造的な側面を強調している。

数学的な考え方の育成とは、算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすることである。

片桐重男(1988)は、以下の様に数学的考え方・態度を提唱し、数学を発展させていくものとしての数学的な考え方を、数学の態度、方法、内容の3つの側面で捉えた。

#### I 数学的な態度

- ①自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする
- ②筋道の立った行動をしようとする
- ③内容を簡潔明確に表現しようとする
- ④よりよいものを求めようとする

#### II 数学の方法に関係した数学的な考え方

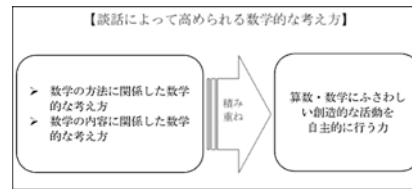
- |              |          |
|--------------|----------|
| ①帰納的な考え方     | ②類推的な考え方 |
| ③演繹的な考え方     | ④統合的な考え方 |
| ⑤発展的な考え方     | ⑥抽象化の考え方 |
| ⑦単純化の考え方     | ⑧一般化の考え方 |
| ⑨特殊化の考え方     | ⑩記号化の考え方 |
| ⑪数量化・図形化の考え方 |          |

#### III 数学の内容に関係した数学的な考え方

- ①集合の考え
- ②単位の考え
- ③表現の考え
- ④操作の考え
- ⑤アルゴリズムの考え
- ⑥概念的把握の考え
- ⑦基本的性質の考え
- ⑧関数の考え
- ⑨式についての考え

筆者は、中島・片桐の提唱する数学的な考え方を談話によって高められる数学的な考え方と捉える。

数学的な考え方を高めるには、まず、教師が学習場面に於いて片桐の分類を手掛かりにしながら学習内容を捉え直し、数学的な考え方を意識することが重要である。それを教師自らが、どのようにして数学的に考えるかを語り、児童に伝えることで、児童が数学的な視点を持ち、自分の言葉で語り、動作化できたりするようになると考える。それに伴い、学習集団がレベルアップしていくこととなる。そうなれば、中島が提唱するような児童が既習の概念や法則を自らの考えの根拠として語ったり、友達の意見を聞いて新たな考えを造り出したりするような創造活動を自主的に行うことができると考える。ゆえに、中島・片桐両氏の提唱する数学的な考え方を談話によって高められる数学的な考え方と捉えることとした。



### (2) 数学的な考え方を高める談話の検討

Lampert & Blunk (1998) は、「数学的思考は授業での数学的な語り口を通して培われる。各教室では参加者相互の関係によって学級固有の談話スタイルが形成され、学級という学び合う談話コミュニティが形成される。さらにその学級固有の談話スタイルを基盤にしながらも、各教科独自の考え方や表現の仕方を習得し様々な教科リテラシーを習得していく。数学の場合は、授業において数学的思考や推理を引き出すコミュニケーションの在り方とその思考が引き出せる課題を準備することが必要になる。」と述べている。

Fuson, Kalchman & Bransford (2005) は教室談話のレベルを、いくつかの段階に分けることができるとしている。

これらの先行研究から、「数学的な考え方を高める談話」を形成するには以下の2点が必要だと考える。

①学び合う談話コミュニティの形成(教室談話レベルの向上)

②数学独自の表現法の習得(個人談話レベルの向上)  
《教室談話レベル》

#### ● 教室談話レベル①

教師が発問し、1人の子どもが答えながら、授業を進める T - C (教師 - 児童) 連鎖によって形成される談話。

#### ● 教室談話レベル②

指名した生徒の答えの背景にある思考や解き方を教師が吟味して話すような T - C 談話。

#### ● 教室談話レベル③

児童の発言を通してできるだけ多様な考えを取り上げ教師が整理し、児童がそれらを吟味できるよう組織化していく談話。

#### ● 教室談話レベル④

児童が自分の考えを正当化したり相互に質問したり援助することによって授業が進められる談話。

《個人談話レベル》

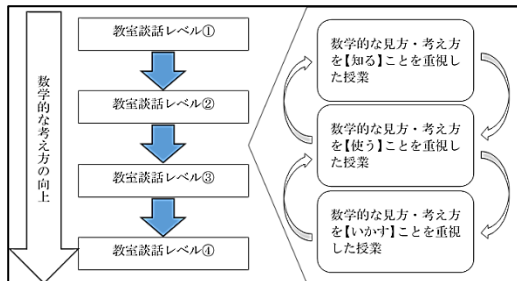
児童が数学独自の表現法を身に付けるまでの段階を設定する。児童が数学独自の表現法を用いて数学的な考え方について語るには、まず児童自身が数学独自の表現法や数学的な考え方とは何かを知る。次に、その知り得た数学独自の表現法や数学的な考え方を使う。それらをいかし、児童自らが創造的な活動を行う。つまり、児童の個人談話レベルを、【知る】⇒【使う】⇒【いかす】と設定する。

### (3) 数学的な考え方を高める談話の指導過程の工夫

筆者は、数学的な考え方を高める談話において、個

人談話レベル【知る】【使う】【いかす】の3つの段階の授業を各単元の学習の中でスパイラル的に配列し、学習を進めることで、教室談話レベルが向上するという立場をとる。

談話における数学的な考え方の向上に伴う個人談話レベルと教室談話レベルの対応関係は、以下の様になると仮定した。



### Ⅲ 実践的検討

#### (1) 単元の選定

本研究を進めるにあたり選定した単元は、「分数と小数、整数の関係」と「単位量あたりの大きさ」の2単元である。この2単元を選定した理由は、2単元ともに、単元の学習を進める中で、統合化・一般化を繰り返し行う単元であるため、自力解決をした後に集団解決で数学的な見方考え方を話し合わせる活動に適していると考えたからである。

#### (2) 実践授業の分析

ここでは、数学的な考え方を【知る】【使う】【いかす】ことを重視した授業を単元の中でスパイラル的に配置したことが、数学的な見方・考え方を語る教室談話レベルを高めることに有効であったかを検証する。ここでは、紙面の関係上「単位量あたりの大きさ」の分析のみを載せる。

第1時は、数学的な見方考え方を【知る】ことを重視した授業である。「混み具合を比べるには2量の比較が必要であることに気づく」場面で、以下のような談話の様子が見られた。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 01062 | T  | (中略) JRの説明では、何と何が同じだと言っていたかな。一つは人数が同じ。もう一つは？ |
| 01063 | MK | 畳です。   |
| 01064 | T  | 畳の何？   |
| 01065 | Cs | 数  |
| 01066 | T  | 畳の数とは？                                       |
| 01067 | Cs | 広さです   |
| 01068 | T  | 何の広さ？  |
| 01069 | OA | 部屋の広さです。                                     |
| 01070 | HK | 部屋の面積です。                                     |
| 01071 | T  | では、比べるときの条件は？                                |
| 01072 | Cs | 人数と部屋の面積！                                    |

以上のように、T-C（教師 - 児童）の連鎖によって談話が形成されていることが分かる。このことから、この段階では、教室談話レベル①の段階であることが分かる。

しかし、教師から数学的な見方考え方の説明をうけ

た後の適用問題での談話は以下のように変容した。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 01083 | T  | では、聞いてみるよ。ウとエではどちらが混んでますか。                         |
| 01084 | KY | ウだと思います。   |
| 01085 | Cs | 同じです。  |
| 01086 | YR | 僕もウだと思います。わけは、エの方がプールが広いからです。                      |
| 01087 | T  | どうということ？   |
| 01088 | JR | ウとエは人数が同じで、エのプールの方がウのプールより面積が大きいから、ウの方が混んでいると思います。 |

この場面でも T-C の連鎖が談話の中心であるが、解決のもとになる考え方を語る談話になっている。このことから、教室談話レベル②の段階に向上したと考える。

第2時は、数学的な見方考え方を【使う】ことを重視した授業である。課題解決の見通しを持ち、解決の方法を話し合う場面で、以下のような談話が見られた。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 02054 | MR | 前に学習したときに同じように考えて、どちらかを同じにすればいいと思います。面積かうさぎの数か…。 |
| 02055 | T  | 今までは、面積とうさぎの数が同じにしてきたよね。じゃあ、どうやって同じにすればいいと思う？    |

ここでは、(02054 MR)の発言に対して、教師が同じ内容をリボイシングし、さらにその内容を他の児童に問い返している。児童の発言に対して教師が問い返すことによって、その内容を理解させようとしている。このような談話の形式は教室談話レベル②の段階であると言える。

教師の説明を聞き、自力解決をした後の談話の様子である。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 02085 | HT | 5mを×6すると30mになりますね。同じようにうさぎの8匹に×6をすると48匹になります。                |
| 02086 | HK | HTさんと同じで、最初の5mを6倍すると30mになります。比例の関係を使って、うさぎの数も6倍すると48匹になります。  |
|       |    | (中略)   |
| 02092 | JR | KEさんに付け足して、AとCは面積は同じでも、うさぎの数が45と48でCのほうが3匹多いから、Cが混んでいると思います。 |

友達の考えに対して、付け加えや言い換えができるようになっている。ここでは教師の説明を取り入れ(02086 HK 比例の関係を使って～)、自分の言葉で数学的な考え方を語ろうとする姿勢がみられる。教室談話レベル③へ移行しつつあることが考えられる。

第3時も、第2時と同様、数学的な見方考え方を【使う】ことを重視した授業である。

集団解決の場面では、以下のような談話が見られた。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 03090 | T  | それじゃあ、どの方法がどんな時でも使えると思う？少し考える時間をとるね。相談してもいいよ。(ペアで相談) |
| 03091 | T  | じゃあ、聞いてみよう。  |
| 03092 | KS | 公倍数は、大きな数になると見つけれないからめんどくさいと思います。                    |
| 03093 | HT | 似ていて、もし、もっと大きな数になったら、公倍                              |

|       |    |   |
|-------|----|---|
|       |    | 数が見つけれないから、だめだと思います。<br>(つぶやき) 確かなあ・・・。           |
| 03094 |    |   |
| 03095 | Gs | 分かりました。   |
| 03096 | T  | 例えば、13と17の公倍数は？って聞かれたら？                           |
| 03097 | C  | 分からん！   |
| 03098 | C  | めんどくせー！   |
| 03099 | T  | すぐ答えられないよね。お互いをかけてもすごく大きな数になるね。じゃあ、1当たりのほうがいいのかな？ |
| 03100 | SH | 1で比べるほうが、どんな時でも使えると思います。                          |
| 03101 | MR | 付け加えて、1で比べるのはその同じ数で割るだけだから、分かりやすいと思います。           |
| 03102 | Gs | 分かりました。   |
| 03103 | KE | さっきも出たけど、数が小さくなるから分かりやすいと思います。                    |

ここでは、単位量当たりの大きさを比べることが効果的であるという話し合いの場である。(03092 KS)

(03093 HT)は公倍数を求めることが困難であるという意図の発話をしているが、それを(03096 T)(03099 T)で教師が、リボイシングして言い換えている。これは、教室談話レベル②の段階であるが、(03094 確かなあ・・・)というつぶやきが見られることから、教師のリボイシングは児童全員には必要ではなかったと考えられる。しかし、全体の意見として広まらなかったことを考えれば、この段階では、教室談話レベル②と③を行き来している段階であると考えられる。

第4時は、数学的な見方考え方を【いかす】として位置付けた。人口密度を求めるための集団解決の場面では、以下のような談話がみられた。

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 04051 | T  | じゃあ聞いてみるね。北海道はどうなった？   |
| 04052 | JR | $5470000 \div 83457 = 65.5427 \dots$ です。四捨五入して、約66人です。   |
| 04053 | Gs | 同じです。  |
| 04054 | C  | なんか違う。押し間違えたかな？  |
| 04055 | T  | 沖縄県はどうなった。   |
| 04056 | HT | $142000 \div 2276$ です。   |
| 04057 | JM | 答えは623.90158・・・です。四捨五入して、約620人です。  |
| 04058 | T  | どちらが混んでるのかな？   |
| 04059 | MK | 沖縄県のほうが混んでいます。   |
| 04061 | T  | (図で説明) これはどんなイメージかという、北海道だったら、1km <sup>2</sup> の中に66人いるということだね。沖縄県だったら、1km <sup>2</sup> の中に620人いるということになるね。これはどんな考えがもとにあるかな？ |
| 04062 | MR | (少し考えた後に) 平均の考えだと思います。わけは、人口を面積全体にならした時の人数だからだと思います。   |
|       |    | (中略)   |
| 04067 | T  | ここでも、平均の考え方が使われているんだね。じゃあ、ここで大事な言葉を覚えてください。今求めたような単位量当たりの人口のことを「人口密度」と言います。人口密度は普通は1km <sup>2</sup> 当たりの人口で表します。             |

ここでは、この単元で学んだ数学的な見方考え方が児童の発話に現れなかったため教師が問い返した後、説明をした。教室談話には、これまで学んだ平均の考

え方や単位量当たりの考え方が発話として現れなかったが、本時のように「人口密度」という知識を話題にする場合は、表面上の談話には見方考え方が現れないが、教室談話レベルとしては成熟した状態とみなしたい。そこで、教室談話レベル③と位置付ける。

以上のことから、数学的な見方考え方を【知る】【使う】【いかす】ことをスパイラル的に配置する単元構成をし、このような単元を繰り返し行うことは、数学的な見方考え方を向上させることに有効であると考えられる。

#### IV 研究の成果と今後の課題

本研究では、談話によって高められる数学的な考え方を、「数学の内容に関係した数学的な考え方」「数学の方法に関係した数学的な考え方」そして、それらを積み重ねることが高まる「算数・数学にふさわしい創造的な活動を自主的に行う力(能力・資質)」の3つの側面で捉え、それをもとに理論構築をしてきた。この考え方は、今日の算数の授業で求められている言語活動で育成することができる力であると言えるため、談話という言語活動の視点から、「数学的な考え方」を捉え直し、明確にすることができたと考えられる。また、数学的な考え方を向上させる談話の条件の一つとして、児童が「数学的に考えるとは、どのようなものであるかを理解し、その表現法を身につけることが有効であることが明らかになった。また、そのための手立てとして、数学的な考え方を「知る」「使う」「活かす」という3つの段階を設定し、それらを重視した授業を行うことが有効であると考えられることが分かった。

本研究には理論的にも実践的にも今後検討すべき課題が残されている。理論課題としては、本研究で設定した教室談話と個人談話の関連をさらに見直し、精緻化していくことである。実践課題としては、教室談話レベルを向上させる手立てが不十分であることが挙げられる。教師によって精緻化された談話を行うだけでは、教室談話レベルの向上はあり得ない。談話コミュニティとしての話し合いのルールを確立し、数学的な考え方を課題解決にいかすスキルとともに、児童自身で数学的な概念や法則を導き出していく創造活動を行うスキルを同時に身につけることが必要である。

今後は、以上の点を補い、談話に着目しながら、算数の授業における数学的な考え方に関する授業の改善に取り組んでいきたい。

#### 引用参考文献

- 中島健三 (1981) . 算数・数学教育と数学的な考え方. 金子書房  
片桐重男 (1988) . 数学的な考え方の具体化 明治図書  
Lampert, M. & Blunk, M. (Eds.) (1998) . *Talking mathematics in school : Studies of teaching and learning*.

NY : Cambridge University Press

Fuson, K. , Kalchman, M. & Bransford, J. (2005) .  
Mathematical understanding :An introduction. Donovan, S.  
& Bransford, J. (Eds. ) (2005) . *How students learn :  
History, Mathematics and science in the classroom*. The  
National Academy Press, pp. 217-256