

## 場合分けを必要とする二次関数の最大・最小問題について ～ グラフシミュレーションソフトGRAPESを用いた授業展開 ～

数学 数学 I 普通科・第1学年  
石川県立小松高等学校 ・ 教諭

### 1 事例の概要

本校へ入学してくる生徒は高い能力・資質を有し、学習にも意欲的に取り組む。本校はこの高い能力・資質を持つ生徒たちを将来のリーダーとして育成することを目標としている。よって数学を学ぶことを通して、自ら課題を発見し、その課題解決のための論理的思考力を養うとともに、課題解決を行う姿勢を身につけさせていきたい。授業においては、まず題材を工夫し、数学に対する興味・関心を喚起する。また、時間をとってじっくり考えさせることにより、「深く思考し、追究していこうとする力」を育成することも重視している。さらには発展的な内容を提供し、学んだことを活用して課題解決していく力を高めていきたいと考えている。本事例は、まず自分でグラフの状況をイメージさせ、そのイメージが正しいかどうかグラフシミュレーションソフトを用いて確認し、問題解決のポイントを考察させていった。

### 2 実践内容

#### (1) 単元の目標

二次関数の値の変化に関心を持ち、具体的な事象の考察に二次関数の最大・最小を活用しようとする。また、二次関数の値の変化についてグラフを用いて考察し、最大値・最小値を求めることができる。

#### (2) 指導上の工夫点

##### ① 教材選択の工夫

- ・まだ二次関数に慣れていない時期であることを考慮し、平方完成がしやすく、軸の値も簡単な形になる関数を選んだ。また原点を通ることがすぐにわかり、ある程度正確なグラフが書けることにも配慮した。
- ・軸の位置が変化する問題の後で定義域が一定の幅で変化する問題を扱った方が場合分けのポイントについての理解が深まると考えて本事例の問題を先に取り上げた。

##### ② 指導法の工夫

- ・ワークシートについては、試行錯誤していろいろな状況のグラフを書くために、座標平面をいくつか載せたりして、場合分けがしやすいよう工夫した。
- ・最大値または最小値をとる  $x$  の値が違うグラフを生徒にまずいろいろ考えさせて、その考えが正しいかどうかについてや、グラフの実際の動きをグラフシミュレーションソフトを使用して確認していった。
- ・最終的には最大値・最小値を同時に考える5つの場合分けができるようにするために、まず本事例のように最大値または最小値のみの問題で場合分けを考察させた。そうすることによって、次の授業で定義域が一定の幅で変化する問題を扱う時も授業展開がスムーズにいくと考えた。

### 3 指導の実際 本時の展開

時間	学習内容	生徒の学習活動	教師の指導・留意点	評価規準
導入 展開 ① 25分	問題の提示 軸の位置が変化する場合の二次関数の最小値	・問題の把握 ・軸の値が変化するので最小値をとる $x$ の値が違うグラフをいろいろ書いてみる。 ・プロジェクターに映し出されたグラフの動きを確認する。 ・場合分けのポイントを確認し、それぞれの最小値を求める。	・グラフが下に凸であることを確認させる。 ・軸の位置を変えたとき、最小値をとる $x$ の値がどのように変わるか考えさせる。 ・軸と定義域の位置関係に注目して考えるように指示する。 ・GRAPES を用いて、軸と定義域の位置関係について注目させながら、軸の位置を定義域の左外から右外へグラフを移動させていく。	グラフの動きを見て、最小値について場合分けのポイントを考察できる。 【数学的な見方や考え方】 (観察・発表)
展開 ② 22分	軸の位置が変化する場合の二次関数の最大値	・最大値をとる $x$ の値が軸の位置によって変化することに気づき、それぞれの場合に分けてグラフを書いてみる。 ・軸の位置と定義域の位置関係から場合分けのポイントを確認し、最大値を求める。	・まずは自分で場合分けを考えさせる。 ・机間指導をしながら生徒の活動の状況を確認する。 ・軸の位置を定義域の左外と定義域内の左内側にとって、最大値をとる $x$ の値が変わらないことについて確認させる。	グラフの動きを見て、最大値について、場合分けのポイントを考察できる。 【数学的な見方や考え方】 (観察・発表)
3分	まとめ	本時のポイントを確認する。		

#### C-1 指導案

#### C-2 ワークシート

### 4 成果と課題

#### (1) 成果

- ① 頭の中だけのイメージでは個人差があるのだが、コンピューターでグラフの動きを見せることにより、間違いがあれば気づかせ、かつ全員に正しいイメージを持たせることができたので生徒の理解度は格段に増した。
- ② 定義域が一定幅で変化する問題や、引き戸型の問題などいくつか違ったタイプの二次関数の最大・最小に関する問題においても生徒の理解度は増した。

#### (2) 課題

- ① コンピューターを用いて生徒たちの視覚に訴えることで理解度は大変増す。しかし、実際自力で問題を解かせると、理解したことをアウトプットさせるまでには、時間や段階が必要である。
- ② 視覚的に理解するだけに終わらず、理解したことを自力で考えて図を書き、そこから必要な情報を取り出して数式で書き表すことへ結びつける方法を、今後も考えていかなければならない。