

I T活用数学科学習指導案

作成者 教育センター指導主事

1. 校 種 高等学校

2. 対象生徒 第2学年

3. 教科等 数学科・数学Ⅱ

4. 単元名 図形と方程式

5. 単元の指導計画（総時数24時間）

第一次 点と直線 (10時間)

第二次 円 (6時間)

第三次 軌跡と領域 (6時間)

1時 軌跡と方程式(1) 本時

2時 軌跡と方程式(2)

3時 直線を境界線とする領域

4時 円を境界線とする領域

5時 連立不等式の表す領域

6時 領域と最大・最小

第四次 章末問題 (2時間)

6. 本時の学習

(1) 題 目 軌跡と方程式

(2) ねらい

・軌跡となる図形を与えられた条件を満たす点の集合としてとらえ、考察することができる。 【数学的な見方・考え方】

・点Pに与えられた条件から手順にしたがって、軌跡となる図形の方程式を求めることができる。 【表現・処理】

(3) I T教材を使う意図

直線や円などの平面上に表された図形が、 x 座標と y 座標に一定の条件を与えた点の集まりであることを視覚によって直感的にとらえさせる。また、点の動きによって求める軌跡の概形をイメージさせることができ、実際に軌跡の方程式を求めるとき、線などの集合体で考えるのではなく一般的な座標(X , Y)を用いて点で考えればよいことの理解を手助けする。

(4) 使用ソフト Microsoft 社 PowerPoint2002

ﾌｧｲﾙ Function View(Ver5.34)

(<http://hp.vector.co.jp/authors/VA017172/> より入手可能)

※functionview.exe とﾌｧｲﾙを関連づける必要がある。

(5) 展 開

時間	学習過程	生徒の学習活動	教師の指導・支援	評価規準
5分 導入	1 軌跡の定義	○ある条件を満たしながら動く点の集合が軌跡であることを理解する。	・軌跡の定義を説明する。 ・例として円の場合を示す。 ・点が集まることによって円や直線などの図形を構成することを視覚的に理解させる。 ①	
40分 展開	2 座標平面上の軌跡 (垂直二等分線)	例 2点から等しい距離にある点の軌跡 ○求める点の軌跡がどうなるかスクリーンを見て予想する。 ○図形の概形をつかみ、方程式がどうなるかを考える。 ○得られた関係式が予想した直線の方程式であることを確認する。 ○軌跡の求め方を理解し、ノートに書く。	・$AP=BP$ を満たしながら点 P を移動する。 ② ・指名しながらどんな図形になるか考えさせる。 ・条件を満たす任意の点 P の座標を (x, y) として条件に当てはめ、x, y の関係式を導く。 ・2点間の距離の公式を忘れていようなら板書する。 ・逆に、求めた直線上にある点はすべてこの条件を満たすことを確認する。 ・軌跡の方程式を求める手順を説明する。	求める軌跡を条件を満たす点の集合としてとらえることができる。 【数学的な見方・考え方】 (発言・観察)
	3 座標平面上の軌跡 (アポロニウスの円)	例題 2点からの距離の比が一定である点の軌跡 ○求める点の軌跡がどうなるかスクリーンを見て予想する。	・条件を満たしながら点 P を移動させる。 ③ ・段階にしたがって軌跡の方程式の求め方を説明する。 ・ところどころ指名しながら、生徒の理解度を確認する	
	4 問題演習	○練習問題(1)(2)を2つの例題を参考にプリントに解く。 ○プリントを提出する。	・机間指導でとまどっている生徒に助言を与える。 ・逆を確かめることを再度注意する。	手順に従って軌跡の方程式を求めることができる。 【表現・処理】 (プリント)
5分 まとめ	5 次時の学習内容の予告	○本時の学習の確認をしながら次回取り組む問題を知る。	・線分の中点の軌跡を予想させ、次回の学習に対する意欲付けをする。 ④	

 : IT 活用場面

(6) I T教材の説明

軌跡と方程式

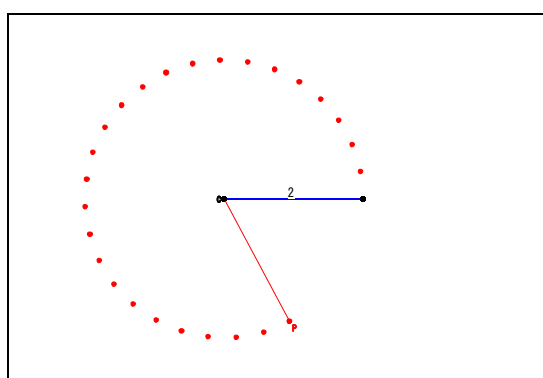
- 1 軌跡とは
- 2 座標平面上の軌跡
- 3 軌跡の方程式の求め方
- 4 線分の中点の軌跡(次回予告)

1 軌跡とは

- ある条件を満たしながら動く点が描く図形を、その条件を満たす点の**軌跡**という。

例 平面上で、点Cに対して $CP=2$ を満たす点Pの軌跡は点Cを中心とする半径2の円である。

- その図形の方程式を、**軌跡の方程式**という。



①について

定点Cからの距離が2である点Pを例として1つとり、他にも多数あることを残像を残すことによって示す。

さらに多く点Pをとり、円となっていく様子を表示する。

その図形上の任意の点の
x座標とy座標に一定の関係があるとき

↓ その関係式が

図形の方程式

2 座標平面上の軌跡

例 2点A(0, 2)、B(4, 0)に対して、 $AP=BP$ を満たす点Pの軌跡

$P(x, y)$ とおくと

$$AP = \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$$

$$BP = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

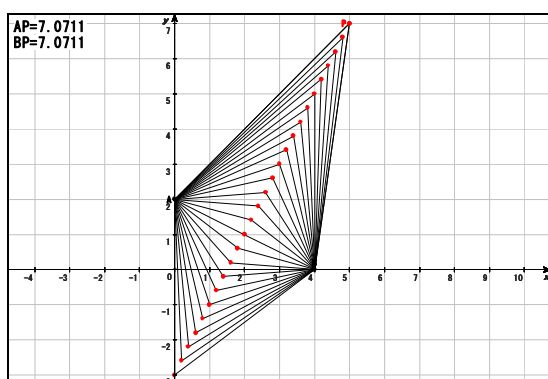
2点間の距離の公式 より

条件は $AP=BP$ だから

$$\sqrt{x^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

両辺を2乗して

$$x^2 + (y-2)^2 = (x-4)^2 + y^2$$

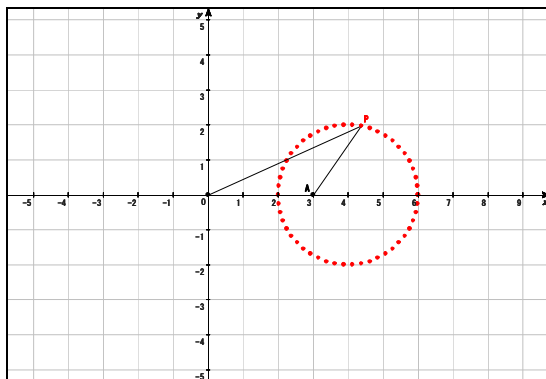
$$x^2 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 8x + 16 + y^2$$


②について

2 定点A、Bからの距離が等しい点Pがどのような図形上にあるかを予想させるため、点Pを条件を満たしながら移動する。

3 軌跡の方程式の求め方

- ① 軌跡を求めたい点の座標を(X,Y)とおく。
- ② 条件を使い、X,Yだけの関係式を導く。
- ③ $X \rightarrow x, Y \rightarrow y$ に変えると軌跡の方程式である。
- ④ ③で求めた図形上のすべての点が、条件を満たすことを確かめる。



例題

原点Oからの距離と点A(3, 0)からの距離の比が2:1である点Pの軌跡を求めよ。

解) P(X,Y)とする。

Pに関する条件は $OP:AP=2:1$

だから $2AP=OP$

すなわち $4AP^2=OP^2$

$AP^2=(X-3)^2+Y^2$ 、 $OP^2=X^2+Y^2$ を代入して $4[(X-3)^2+Y^2]=X^2+Y^2$...②

整理すると $X^2-8X+Y^2+12=0$

変形して $(X-4)^2+Y^2=2^2$

③について

2 定点O, Aからの距離の比が一定である点Pの軌跡が円(アポロニウスの円)になっていく様子を残像を残すことによって理解させることができる。

4 線分の中点の軌跡

応用例題

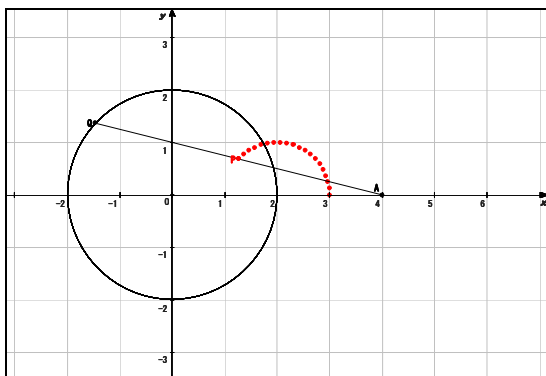
点Qが円 $x^2+y^2=2^2$ 上を動くとき、点A(4, 0)と点Qを結ぶ線分AQの中点Pの軌跡を求めよ。

考え方

$Q(s, t)$ 、 $P(X,Y)$ とし、

Qの満たす条件の式から

X,Yだけの関係式を導く。



④について

点Qが円上を動くことにともなって、中点Pが動く様子を動画によって示し、軌跡のイメージをとらえさせる。