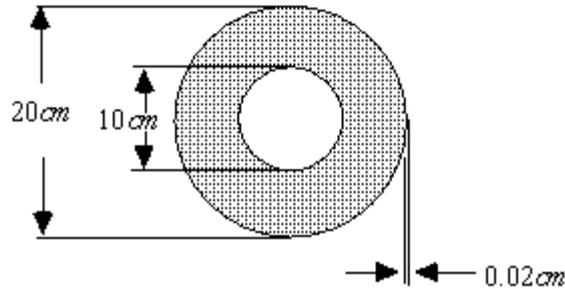


C-2 解法

【問題】

下図のように、紙の厚さ0.02cmのトイレットペーパーが、直径10cmの芯(しん)に直径20cmの大ききで巻かれています。このトイレットペーパー全体の長さを求めて下さい。



【解法1】(数列の考え方)

このトイレットペーパーが同心円で巻き付けられていると考える。すると、直径は、一番外側が20cmで、その1つ内側の円は0.04cm減って19.96cm、さらにその内側は19.92cm、……、一番内側は10.04cmになる。

従って全体の長さ s は、 $s = 20\pi + 19.96\pi + \dots + 10.04\pi$

ここに、等差数列の和の考え方を導入して、 $s = 3755\pi \doteq 118$ (m)

【解法2】(積分の考え方 長さ…1次元を考えるのに、面積…2次元を利用する)

図の同心円で囲まれた斜線部分の面積と、引き出した紙を横からみたときの長方形の面積が等しいので、同心円の面積を紙の厚さで割って、長さが出てくる。

同心円の面積は、 $10^2\pi - 5^2\pi = 75\pi$

これを紙の厚さ0.02cmで割って、 $3750\pi \doteq 118$ (m)

【解法3】(平均値を使う考え方)

一番外側の円周の長さは、 20π で、一番内側の円周の長さは、 10π

ゆえに、平均の円周の長さは、 $(20\pi + 10\pi) \div 2 = 15\pi$

これが、250回 ($5 \div 0.02$) 巻いてあるので、

求める長さは、 $15\pi \times 250 = 3750\pi \doteq 118$ (m) となる。

【参考】

実際のトイレットペーパーの厚さを求めるには、物差しで5cmの厚さを計り、そこに何回巻いてあるかを調べれば良い。また、この話題から微分概念の導入も可能であるが、それは参考文献「数学はこんなに面白い」p.189を参照してください。

以上