

C-2 ワークシート

係数に文字を含んだ二次関数の最大値・最小値（軸移動型）

問1 二次関数 $y = x^2 - 2ax$ の $0 \leq x \leq 2$ において次の問に答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

平方完成すると、

$$y = (x-a)^2 - a^2$$

放物線は

下

に凸で、軸は $x = a$

、頂点は

(a ,

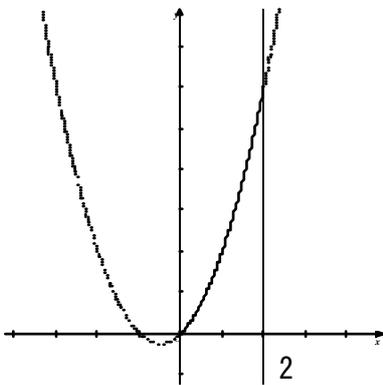
$-a^2$)

※ 軸の位置が変わる → 最小値をとる x の値が変わる → 軸の位置によって場合分け

a の範囲

i) $a < 0$ のとき

軸が定義域の 左外

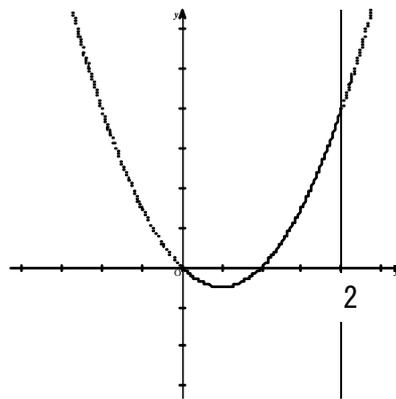


$x = 0$ で最小

最小値 0

ii) $0 \leq a < 2$ のとき

軸が定義域の 中

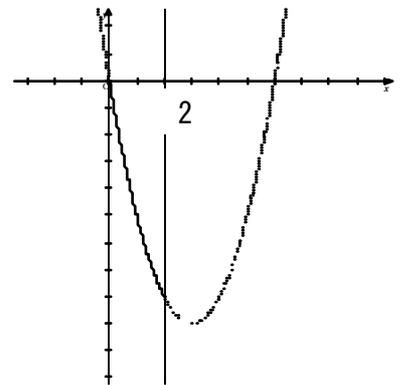


$x = a$ で最小

最小値 $-a^2$

iii) $2 \leq a$ のとき

軸が定義域の 右外



$x = 2$ で最小

最小値 $4 - 4a$

(2) 最大値を求めよ。

i) $a < 1$ のとき

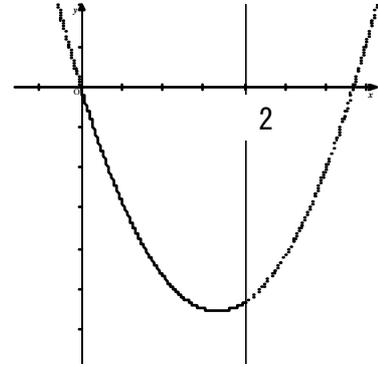
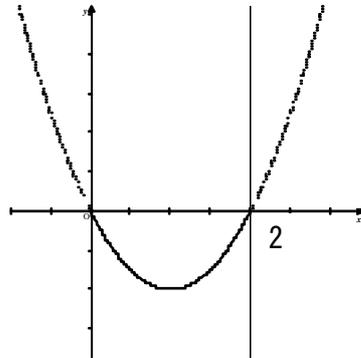
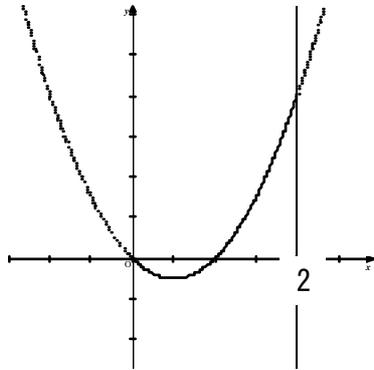
ii) $a = 1$ のとき

iii) $1 < a$ のとき

軸が定義域の中央より左

軸が定義域の中央と一致

軸が定義域の中央より右



$x = 2$ で最大
最大値 $4 - 4a$

$x = 0, 2$ で最大
最大値 0

$x = 0$ で最大
最大値 0

場合分けのポイント

- 軸と定義域の位置関係に注目
- 自分でグラフをいろいろ書き、最大値・最小値をとる x の値が変わるところを見つける。

下に凸のグラフにおいて

最小値： 軸が定義域の右外、中、左外で場合分け

最大値： 軸が定義域の中央より左、一致、右で場合分け

(軸が定義域の中にあるかどうかは関係ない)